付 録C 原子核乾板モジュールでの運動量測定(coordinate method)

荷電粒子は原子核乾板モジュール中を多重電磁散乱を受けながら通過していく。方向の変化として受ける影響は運動量に反比例するので運動量を測定することができる。まず bulk の様な均一な物質中を通る場合、図 C.1 に示すように一定の間隔で飛跡の位置が測定でき、3 点を使って角度差 $\theta_{M1} \sim \theta_{Mn}$ が求められる。θ_M の二乗平均は $\langle\theta_M^2\rangle = \langle\theta_s^2\rangle + \langle\delta\theta^2\rangle$ で表され多重電磁散乱による角度変化 $\langle\theta_s^2\rangle$ と位置測定誤差からくる $\langle\delta\theta^2\rangle$ の合成である。運動量 $p \propto 1/\theta_s$ の関係から運動量測定精度は

$$\begin{aligned}&\tfrac{d(1/p)}{1/p} = \tfrac{d\theta_s}{\theta_s}\\&= \tfrac{\theta_M}{\theta_s^2} d\theta_M (\leftarrow \theta_s d\theta_s = \theta_M d\theta_M)\\&= \tfrac{\theta_M}{\theta_M^2 - \delta_\theta^2} d\theta_M\\&= \tfrac{1}{1-\frac{\delta\theta^2}{\theta_M^2}} \tfrac{d\theta_M}{\theta_M}\end{aligned} \tag{C.1}$$

と求められ測定点数 N がある程度多い場合に統計エラーとして $\frac{d\theta_M}{\theta_M} = \frac{1}{\sqrt{N}}$ が採用できるので結局 $\frac{d(1/p)}{1/p} = \frac{1}{1-\frac{\delta\theta^2}{\theta_M^2}} \frac{1}{\sqrt{N}}$ となる。運動量を良い精度で求めるためには測定点を増やすことと多重散乱により受ける変化に比べて測定エラーを小さくする事が必要である。角度差を計算する 3 点の距離を広げれば後者に有効であるが、限られた距離での測定点は減ってしまう。また 2 つの projection を使うことができる。DONUT の bulk、10plates で 2GeV/c の粒子の運動量を測る例を考えると $\theta_s = \sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{13.6}{2000}\sqrt{\frac{0.8}{30}} = 0.91 \times 10^{-3}$、$\delta\theta = \sqrt{2}\frac{\frac{0.4}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}}{800} = 0.71 \times 10^{-3}$ よって $\frac{d(1/P)}{1/P} = \frac{1}{1-0.38}\frac{1}{\sqrt{10\times2}} = 36\%$ となる。ここで bulk のカスケード長を 30mm、位置測定精度を $\frac{0.4}{\sqrt{2}}\mu$m、単位長さを bulk 一枚分の 800μm とした。

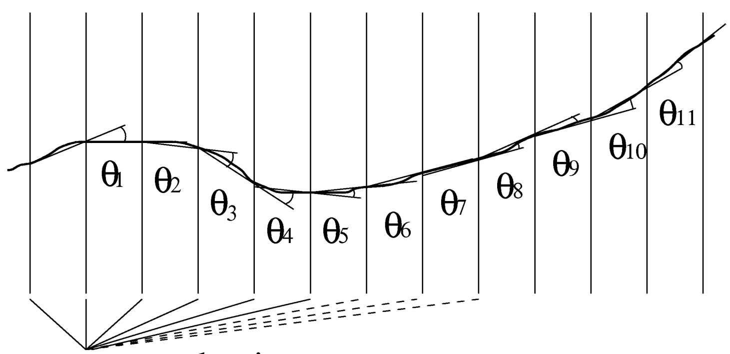

図 C.1: 均一物質中での運動量測定

eccの場合多重散乱を大きく受ける鉄板と受けにくいbaseの混合なので、θ_sとPの関係が違う。均一物質のとき$\theta_s = \frac{\sqrt{2}}{P}\frac{\theta_0}{\sqrt{3}}\sqrt{n}$、$\theta_0 = 13.6 \times \sqrt{\frac{l_0}{X_0}}$だったのに対し、$\theta_s = \frac{\sqrt{2}}{P}\theta_0 \frac{\sqrt{\frac{n}{3}+n(r^2+r)+(r+1)(2r+1)n(n-1)/2+(r+1)^2 n(n-1)(2n-1)/6}}{n(2r+1)}$となる。ここで角度差を出すのに使った3点に含まれる鉄板の枚数を2nとし、鉄板とbaseの厚さの比を2rとした。例えばecc800で2枚の鉄板を使ったとき$n = 1, r = 0.5$より$\theta_s = \frac{\sqrt{2}}{P}\theta_0 \times 0.52$となり均一な場合のfactor$\frac{1}{\sqrt{3}}$に比べて10%ほど、運動量に対して現れる角度変化が鈍感になる。unitを増していったとき$(n \to \infty)$の収束値は25%である。

KEKで4GeV/cのπビームをbulkターゲットに照射した際の結果を図C.2に示す。bulkの枚数は29枚で一方のprojectionのみを用いて得られた結果である。4GeV/cはbulk一枚分では測定エラーが多重散乱に負けてしまうので、2枚分を単位にして角度変化を調べると上記の式で$\theta_s = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{13.6}{4000}\sqrt{\frac{1.6}{30}} = 0.64 \times 10^{-3}$、$\delta\theta = \frac{\sqrt{2}\times 0.4}{1600} = 0.35 \times 10^{-3}$となるから$\frac{d(1/P)}{1/P} = \frac{1}{1-\frac{0.35^2}{0.64^2+0.35^2}}\frac{1}{\sqrt{\frac{29}{2}}} = 34\%$になると期待される。データは$\frac{1.150}{4} = 29\%$となって若干期待値よりも良いが、これは2枚分を単位とした時、始点をずらして入れ子にすることで、統計エラーが単純に$1/\sqrt{\frac{29}{2}}$とした時より良くなっている為だと理解される。

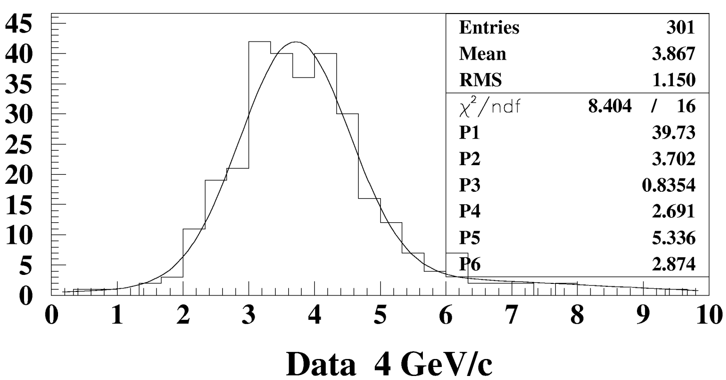

図 C.2: 29枚のbulkで4GeV/c π^-の運動量測定をした結果