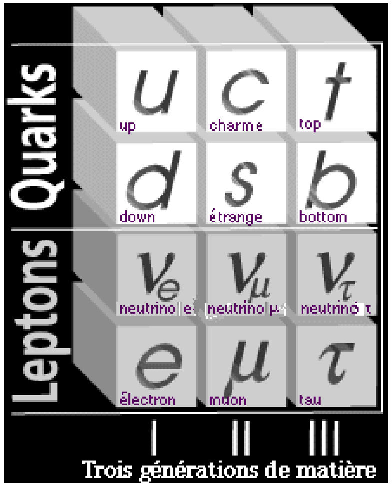
Le modèle standard : une introduction...

- **Né dans les années '70,** de la volonté de décrire de manière cohérente :
- **<u>toutes les particules élementaires</u> :** quarks, leptons chargés et neutrinos
- **<u>et leurs interactions par les 3 forces</u> :**
  - Force EM : **Quantum Electro-Dynamics**
  - Force Faible : unifiée à la QED dans la **théorie Electrofaible**
  - Force Forte : **Quantum Chromo-Dynamics**



Inconnus à l´époque

Nécessité de la théorie quantique des champs

- **La mécanique quantique ne peut rendre compte de :**
  - Relativité
  - Création/Annihilation/Désintégration de particules
- **En théorie quantique des champs :**
  - **Intrinséquement relativiste (comme EM classique)**
  - **Création/annihilation de particule correspond à l'excitation/désexcitation du champ,** à la manière d'un oscillateur harmonique quantique
  - **Interactions par échange de particules virtuelles**
- **Développée par Feynman, Schwinger, Tomonaga (Nobel 1965)**
- **Le modèle standard est une théorie quantique des champs**

Le lagrangien du modèle standard...

Et encore, il manque des termes…

soit ...

Electron, neutrinos, quarks...

Boson de Higgs

$$\mathcal{L}_{EF} = \sum_i \overline{\psi}_i \left(i\partial\!\!\!/ - m_i - \frac{g m_i}{2M_W} H \right)\psi_i$$

W^+W^-

$$- \frac{g}{2\sqrt{2}}\sum_i \overline{\psi}_i \gamma^\mu (1-\gamma^5)\left(T^+W^+_\mu + T^-W^-_\mu\right)\psi_i$$

$$- e\sum_i q_i \overline{\psi}_i\gamma^\mu\psi_i A_\mu$$

Photon

$$-\frac{g}{2\cos\theta_W}\sum_i \overline{\psi}_i\gamma^\mu\left(g_V^i - g_A^i\gamma^5\right)\psi_i Z_\mu$$

Z^0

Gluons

Couleur

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F^{(a)}_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_{(a)} + i\sum_q \overline{\psi}^i_q \gamma^\mu (D_\mu)_{ij}\psi^j_q$$

$$- \sum_q m_q\overline{\psi}_q\psi_q$$

Quarks

Saveur

Notion de champ quantique : L'oscillateur harmonique

- **Méca Q : “première quantization”, à une observable correspond un opérateur:**
  - $\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x.}$, $\mathbf{p} \leftrightarrow -i\hbar\partial$
- **Théorie des champs : “deuxième quantization”, <u>les champs eux-mêmes sont promus opérateurs</u>**
- **Oscillateur harmonique :** $H\,|n> = E_n\,|n>$ et $E_n = (n+1/2)\hbar\omega$
  - **Opérateur annihilation :** $a\,|n> = \sqrt{n}\,|n-1>$
  - **Opérateur création :** $a^\dagger\,|n> = \sqrt{(n+1)}\,|n+1>$
- **Champ quantique décomposé en somme d'opérateurs création et annihilation (de particules) :**
  - $\Phi(\mathbf{x},t) = \sum a(\mathbf{p},t)\exp(\,i\mathbf{p.x}\,) + a^\dagger(\mathbf{p},t)\exp(-i\mathbf{p.x}\,)$

Désintégration d'une particule

- **La plupart des particules sont instables**
  - Se désintègrent en particules plus légères
  - Ex : désintégration du muon, neutron
- cf cours de relativité restreinte, bilans d'énergie : **il y a conservation de l'énergie et de l'impulsion entre état initial et état final**
- **Cependant, on va voir qu'il peut y avoir violation temporaire de ces lois de conservation, en accord avec le principe d'incertitude d'Heisenberg :**
  - $\Delta E . \Delta t > \hbar/2$
  - **C'est cette violation qui correspond au caractère virtuel d'une particule**

Désintégration d'une particule

- Hypothèse de loi de probabilité de désintégration équiprobable: $$N(t) = N(0) \times e^{-t/\tau}$$
- Pour un état propre de l'Hamiltonien : $$\mathcal{H}|\psi> = E_0|\psi>$$
- Donc évolution bien connue : $$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \mathcal{H}\psi \rightarrow \psi(t) = \psi(0) \times e^{-i\frac{E_0 t}{\hbar}}$$
- Or pour un état instable, on souhaite : $|<\psi(t)|\psi(0)>|^2 = e^{-\frac{t}{\tau}}$

Donc un état instable ne peut être état propre de H!

- **On fait l'hypothèse que l'état instable évolue de la manière suivante :** $<\psi(t)|\psi(0)> = e^{-\frac{t}{2\tau}} e^{i\frac{E_0 t}{\hbar}}$
  - **Raisonnable si : $\tau \gg \hbar/E_0$**
  - **$\hbar/E_0 = 6.10^{-25}$ s pour E_0=1GeV**

($\hbar$=6. 10^{-22} MeV.s)

Désintégration d'une particule

- On décompose l'état sur une base d'états propres :

$$|\psi(0)> = \int_E dE\, \rho(E)|E>$$

- Et on calcule son évolution dans cette décomposition :

$$\begin{aligned}
<\psi(t)|\psi(0)> &= <\psi(0)|e^{i\frac{\mathcal{H}}{\hbar}t}|\psi(0)> \\
&= \int dE \int dE' < E'|\rho^*(E')e^{i\frac{\mathcal{H}}{\hbar}t}\rho(E)|E> \\
&= \int dE \int dE'\rho^*(E')\rho(E) < E'|e^{i\frac{\mathcal{H}}{\hbar}t}|E> \\
&= \int dE \int dE'\rho^*(E')\rho(E)e^{i\frac{E}{\hbar}t} < E'|E> \\
&= \int |\rho(E)|^2 e^{i\frac{E}{\hbar}t} dE
\end{aligned}$$

Divertissement : exponentiel d'opérateur et opérateur d'évolution

- Comme $H|E\rangle = E|E\rangle$, on peut écrire :
  - ➔ $\exp(H)\,|E\rangle = \sum H^n/n!\,|E\rangle$
  - ➔ et on a : $\exp(H)|E\rangle = \exp(E)|E\rangle$

Fait évoluer
État propre

- On a : $\exp(-iHt/\hbar)\,|E(0)\rangle = \exp(-iEt/\hbar)\,|E(0)\rangle$
  $= |E(t)\rangle$

- Tout état peut se décomposer sur une base d'états propres.
  On peut donc définir l'opérateur exp(H) pour tout état :
  $\exp(H)\,|\varphi\rangle = \int \rho(E)dE \sum H^n/n!\,|E\rangle$

- $$\begin{aligned}\exp(-iHt/\hbar)\,|\varphi(0)\rangle &= \exp(-iHt/\hbar) \int \rho(E)dE\,|E(0)\rangle \\ &= \int \rho(E)dE\,\exp(-iHt/\hbar)|E(0)\rangle \\ &= \int \rho(E)dE\,|E(t)\rangle \\ &= |\varphi(t)\rangle\end{aligned}$$

Fait évoluer
État quelconque

Désintégration d'une particule : Distribution de Breit-Wigner, largeur

- En identifiant les termes :

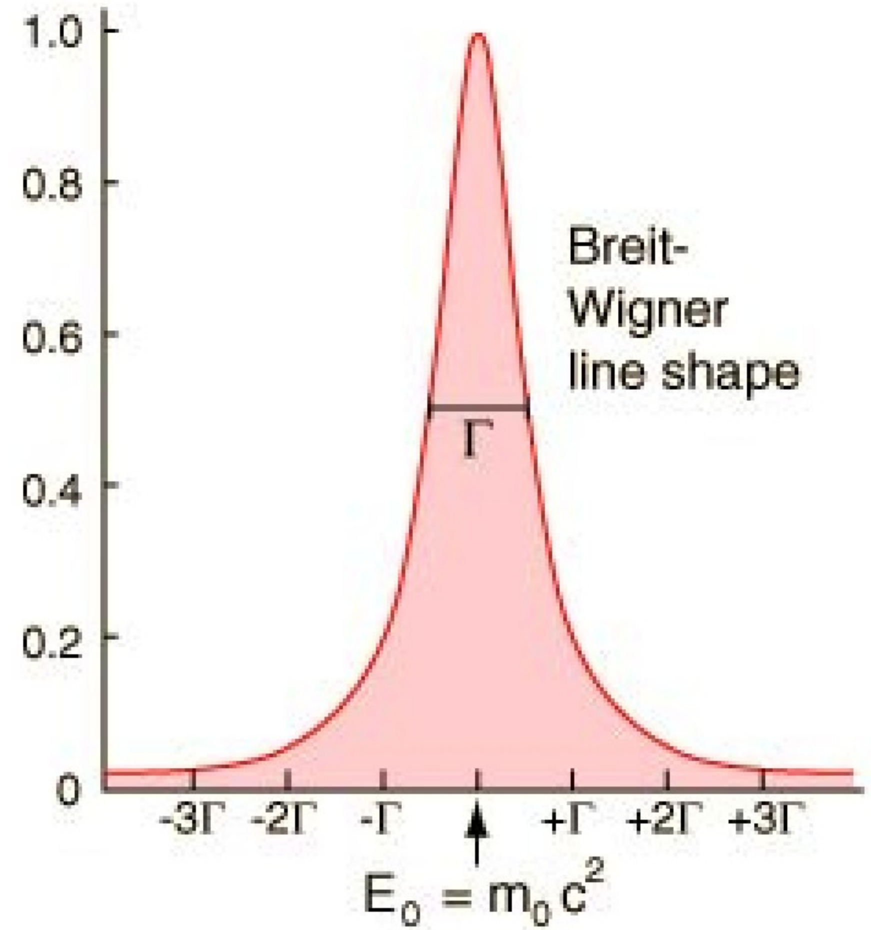
$$e^{i\frac{E_0}{\hbar}t}e^{-\frac{t}{2\tau}} = \int dE|\rho(E)|^2 e^{i\frac{E}{\hbar}t}$$

$$e^{-\frac{t}{2\tau}} = \int dE|\rho(E)|^2 e^{i\frac{E-E_0}{\hbar}t}$$

- Par transformée de Fourier, on obtient une distr. de Breit-Wigner :

$$|\rho(E)|^2 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\Gamma}{\Gamma^2/4 + (E - E_0)^2}$$

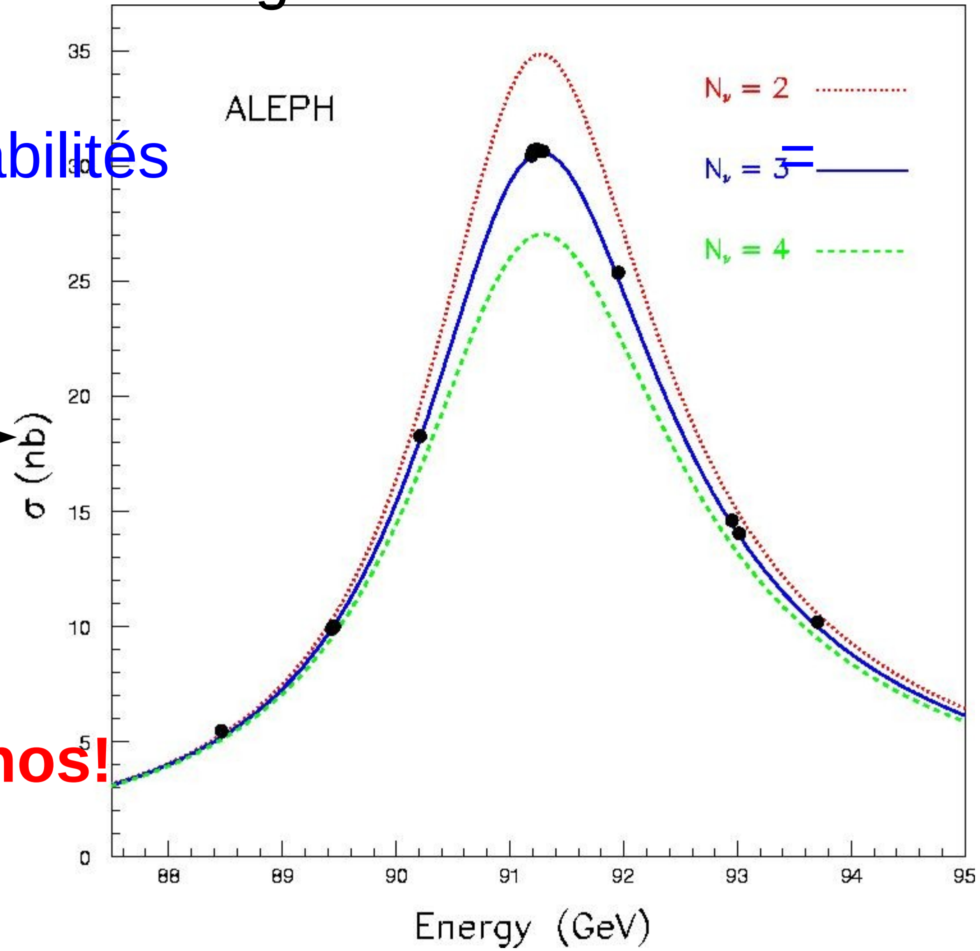
$$|\rho(m)|^2 = \frac{c^2}{2\pi} \times \frac{\Gamma}{\Gamma^2/4 + (m - m_0)^2 c^4}$$



Avec $\Gamma = \hbar/\tau$

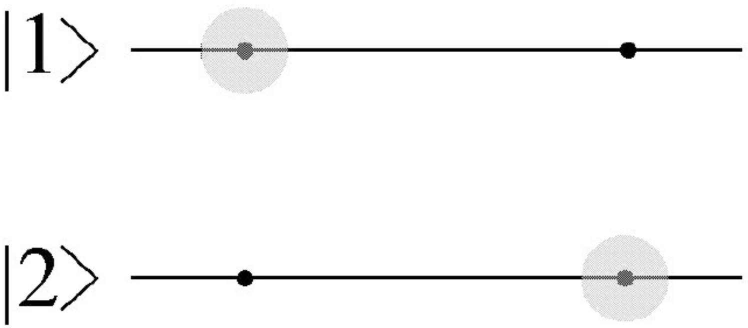
Temps de vie, largeur, largeur partielle d'une particule instable

- **Γ** = Largeur = 1/(temps de vie) ↔ Probabilité de désintégration
- Largeur partielle = probabilité de se désintégrer dans un état final donné
- Largeur totale = somme des probabilités = somme des largeurs partielles
- Énergie/Masse indéfinie !
  - “virtuel”
- Superbe exemple :
  - **La largeur du boson Z^0**
  - **Mesure du nombre de neutrinos!**



Notion de particule vecteur d'interaction : Liaison chimique

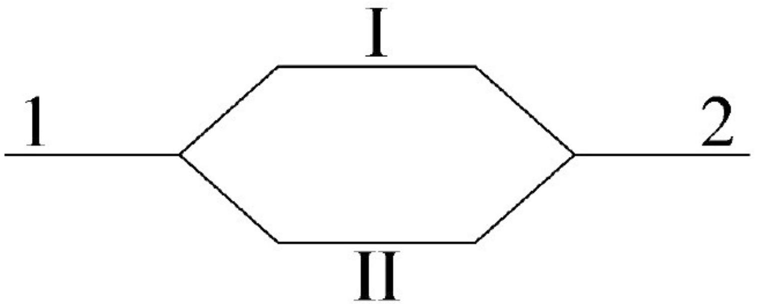
- **Ion H_2^+ : 2 protons, 1 électron**
- **Énergie de liaison : E_0 = -13.6 eV**
- **Mais états propres de l'Hamiltonien modifiés par la proximité des deux protons**
- **“Perturbation” → H non-diagonal**
- **Vérifier que |I> et |II> sont états propres, d'énergies E_0+A et E_0-A :**



$$H = \begin{pmatrix} E_0 & -A \\ -A & E_0 \end{pmatrix}$$

$$|I\rangle = \frac{|1\rangle - |2\rangle}{\sqrt{2}} \qquad |II\rangle = \frac{|1\rangle + |2\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$E_I = E_0 + A \qquad E_{II} = E_0 - A$$



Notion de particule vecteur d'interaction : Liaison chimique

- Dans les états propres de H, l'électron est partagé entre les deux protons, ce qui cause un
- État de plus basse énergie = Liaison chimique !
- L'état lié correspond à l'état de plus basse énergie | II >
- Exercice :
  - À t=0, l'électron est dans l'état |1> (sur le proton 1)
  - Montrer qu'à un instant t quelconque, l'électron est dans un état :

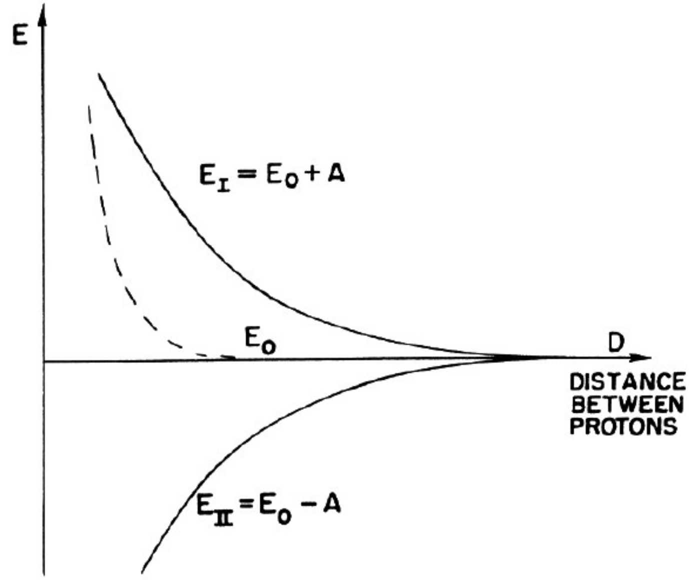
$$\phi(t) = \Big(\cos(A.t/\hbar).|1\rangle + i.\sin(A.t/\hbar).|2\rangle \Big) \times e^{-(i/\hbar)E_0 t}$$

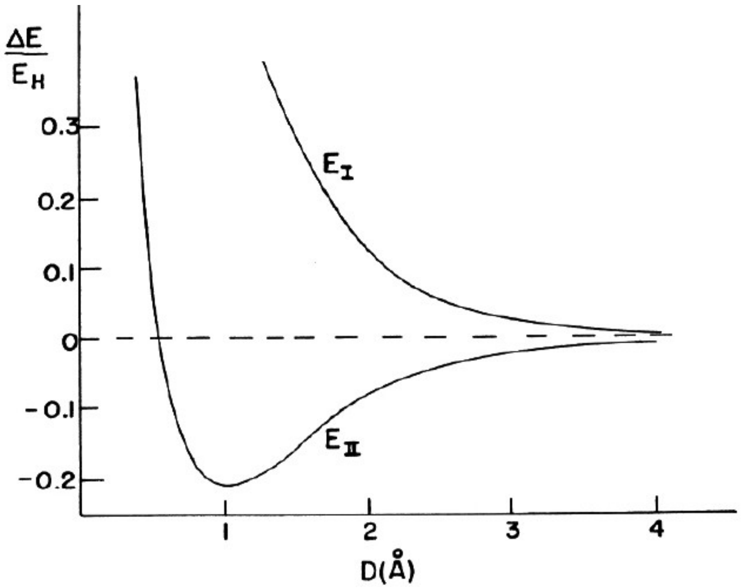
Notion de particule vecteur d'interaction : Liaison chimique

- **On peut montrer que la probabilité de l'effet tunnel est:**
- **Gauche : niveaux d'énergie "naifs"**
  - **Hypothèse A << E_0**
  - **Ne tient pas compte de la répulsion entre les 2 protons**

$$A \propto \frac{e^{-(\sqrt{2mE_0}/\hbar)\times R}}{R}$$

- **Droite : sans ces approximations, minimum de potentiel autour de 1 Angstrom**





Notion de particule vecteur d'interaction : Liaison chimique

- **La probabilité de l'effet tunnel est similaire à une fonction d'onde :**

$$A \propto \frac{e^{-(\sqrt{2mE_0}/\hbar)\times R}}{R} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \phi = \frac{e^{\pm ip.r/\hbar}}{r}$$

- **A ceci près qu'elle doit avoir une impulsion complexe !**
  - ➔ **Cela correspond à une énergie négative :**

$$p = \pm i\sqrt{2mE_0} \qquad\qquad \frac{p^2}{2m} = -E_0$$

- **L'électron dans le tunnel se comporte comme une particule d'énergie négative et d'impulsion imaginaire !**

Notion de particule vecteur d'interaction : Yukawa et l'interaction forte

- En 1935, Yukawa tenta d'expliquer la force forte par un échange de particules entre les nucléons (protons et neutrons)
- Particule échangée : le “pion”
- De la même manière que dans l'exemple précédent :
- $p = im_\pi c$ $\qquad \dfrac{e^{-(m_\pi c/\hbar)r}}{r}$
- Yukawa en déduisit un ordre de grandeur de la masse des pions :
  - r ~ 1E-15m donc m(pion) ~ 200 MeV
  - (en fait, m(pion) = 140 MeV)

Conclusion : Particule virtuelle et conservation de l'énergie

- Dans les deux exemples que nous venons de voir :
  - Soit E/m n'est pas définie
  - Soit p est complexe !
- Dans tous les cas : $E^2 \neq p^2 + m^2$
  - particule “hors couche de masse”
  - Cette différence correspond au caractère virtuel de la particule
- Violation de la théorie de la relativité acceptable car temporaire, en accord avec le principe d'incertitude d'Heisenberg : $\Delta E . \Delta t > \hbar/2$